МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

**(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)**

,

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,

Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |
| --- |
| Разностные схемы |
| *Шифр, название дисциплины* |
|  |
| для студентов направления подготовки |
|  |
| 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» |
| *Шифр, название специальности/направления подготовки* |
|  |
|  |
| профиля |
| Прикладная информатика |
| *Шифр, название специализации/профиля* |
|  |
|  |
| Форма обучения: очная |

**г. Обнинск 2021 г.**

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Программу составила:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А.Н. Чепурко, доцент, к.ф.-м.н, доцент

Рецензент:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Г.Е. Деев, доцент, к.ф.-м.н, доцент

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы

01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ С.В. Ермаков

«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Коды компетенций | **Результаты освоения ООП**  **Содержание компетенций\*** | **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине\*\*** |
| ОПК-2 | Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | Знать: основные методы приближенного решения дифференциальных уравнений.  Уметь: составлять разностные схемы для задач математической физики.  Владеть: навыками решения разностных задач. |

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках общепрофессионального модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: «Аналитическая геометрия и линейная алгебра», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения».

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 семестре.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетных единиц (з.е.), 108 академических часов.

3.1. Объём дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Объем дисциплины | Всего часов | |
| Очная форма обучения | Заочная форма обучения |
| Общая трудоемкость дисциплины | 108 |  |
| Контактная работа обучающихся с преподавателем  (по видам учебных занятий) (всего) | 48 |  |
| Аудиторная работа (всего): | 48 |  |
| *в том числе:* |  |  |
| лекции | 16 |  |
| семинары, практические занятия | 16 |  |
| лабораторные работы | 16 |  |
| Внеаудиторная работа (всего): | - |  |
| *в том числе*, индивидуальная работа  обучающихся с преподавателем: | - |  |
| курсовое проектирование | - |  |
| групповая, индивидуальная консультация  и иные виды учебной  деятельности, предусматривающие  групповую или индивидуальную  работу обучающихся с преподавателем | - |  |
| творческая работа (эссе) | - |  |
| Самостоятельная работа обучающихся (всего) | 60 |  |
| Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет) | - |  |

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий

(в академических часах)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование раздела /темы дисциплины | Общая трудоём- кость всего  (в часах) | Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость  *(в часах)* | | | | Формы текущего контроля успевае-мости |
| Аудиторные учебные занятия | | | СРО |
| Лек | Сем/Пр | Лаб |
| 1. | **Разностные уравнения первого и второго порядка** | 27 | 4 | 4 | - | 15 |  |
| 1.1. | Простейшие разностные уравнения | 7 | 1 | 1 | - | 4 | ИДЗ № 1 |
| 1.2. | Разностные уравнения с постоянными коэффициентами | 9 | 1 | 1 | - | 6 | КР |
| 1.3. | Фундаментальное решение разностного уравнения | 10 | 2 | 2 | 5 | 4 | КР |
| 2. | **Краевая задача для ОДУ 2 порядка** | 24 | 3 | 3 | - | 15 |  |
| 2.1. | Хорошая обусловленность. | 14 | 2 | 2 | - | 8 | ИДЗ № 2 |
| 2.2. | Метод прогонки | 10 | 1 | 1 | 5 | 7 | ИДЗ № 2, ИДЗ № 4 |
| 3. | Разностные схемы | 57 | 9 | 9 |  | 30 |  |
| 3.1. | Разностные схемы для ОДУ | 27 | 4 | 4 |  | 15 | ИДЗ № 1, ИДЗ № 2 |
| 3.2. | Разностные схемы для уравнений в частных производных | 30 | 5 | 5 | 6 | 15 | ИДЗ № 3  ИДЗ № 4,  КР |

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Наименование раздела /темы дисциплины | Содержание |
| 1. | **Разностные уравнения первого и второго порядка** | |
| 1.1. | Простейшие разностные уравнения | Примеры простейших разностных уравнений. Сетка. Сеточные функции. Порядок разностного уравнения. |
| 1.2. | Разностные уравнения с постоянными коэффициентами | Характеристическое уравнение. Общее решение разностного уравнения. |
| 1.3. | Фундаментальное решение разностного уравнения | Определение фундаментального решения. Условие ограниченности фундаментального решения. Оценка фундаментального решения через коэффициенты разностного уравнения. |
| 2. | **Краевая задача для ОДУ 2 порядка** | |
| 2.1. | Хорошая обусловленность. | Определение хорошей обусловленности. Достаточный признак хорошей обусловленности. Критерий хорошей обусловленности. |
| 2.2. | Метод прогонки | Описание прогонки. Обоснование метода прогонки. |
| 3. | Разностные схемы | |
| 3.1. | Разностные схемы для ОДУ | Порядок точности разностной схемы. Скорость сходимости решения разностного уравнения. Проверка сходимости разностной схемы. Невязка. Порядок аппроксимации. Определение устойчивости. Зависимость между аппроксимацией, устойчивостью и сходимостью. Спектральный признак устойчивости. |
| 3.2. | Разностные схемы для уравнений в частных производных | Разностные схемы для задач Коши. Разностные схемы для краевых задач для уравнений теплопроводности, колебаний. Явные и неявные разностные схемы. Исследование разностных схем на устойчивость, на порядок аппроксимации. |

Практические/семинарские занятия

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Наименование раздела /темы дисциплины | Содержание |
| 1. | **Разностные уравнения первого и второго порядка** | |
| 1.1. | Простейшие разностные уравнения | Разностные уравнения первого порядка. Общее решение разностного уравнения |
| 1.2. | Разностные уравнения с постоянными коэффициентами | Разностные уравнения второго порядка. Характеристическое уравнение. Общее решение разностного уравнения. |
| 1.3. | Фундаментальное решение разностного уравнения | Фундаментальные решения для уравнений первого и второго порядка. Оценка фундаментального решения. |
| 2. | **Краевая задача для ОДУ 2 порядка** | |
| 2.1. | Хорошая обусловленность. | Достаточный признак хорошей обусловленности. Критерий хорошей обусловленности. |
| 2.2. | Метод прогонки | Формулы для прямой и обратной прогонки. |
| 3. | Разностные схемы | |
| 3.1. | Разностные схемы для ОДУ | Порядок точности разностной схемы.  Проверка сходимости разностной схемы.  Невязка. Порядок аппроксимации.  Устойчивость. Спектральный признак устойчивости. |
| 3.2. | Разностные схемы для уравнений в частных производных | Разностные схемы для задач Коши. Разностные схемы для краевых задач для уравнений теплопроводности, колебаний. Явные и неявные разностные схемы. Исследование разностных схем на устойчивость, на порядок аппроксимации. |

Лабораторные занятия

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Наименование раздела /темы дисциплины | Содержание |
| 1. | **Разностные уравнения первого и второго порядка** | |
| 1.3. | Фундаментальное решение разностного уравнения. | Фундаментальные решения для уравнений первого и второго порядка. |
| 2. | **Краевая задача для ОДУ 2 порядка** | |
| 2.2. | Метод прогонки | Решение краевой задачи методом прогонки. |
| 3. | Разностные схемы | |
| 3.2. | Разностные схемы для уравнений в частных производных | Разностные схемы для задач Коши. Разностные схемы для краевых задач для уравнений теплопроводности, колебаний. Явные и неявные разностные схемы. Исследование разностных схем на устойчивость, на порядок аппроксимации. |

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

В качестве учебно-методических материалов используется рекомендованная литература.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)** | **Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка** | **Наименование оценочного средства** |
| 1.1. | Простейшие разностные уравнения | ОПК-2: Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач. | ИДЗ № 1 |
| 1.2. | Разностные уравнения с постоянными коэффициентами | ОПК-2 | КР |
| 1.3. | Фундаментальное решение разностного уравнения | ОПК-2 | КР |
| 2.1. | Хорошая обусловленность. | ОПК-2 | ИДЗ № 2 |
| 2.2. | Метод прогонки | ОПК-2 | ИДЗ № 2, ИДЗ № 4 |
| 3.1. | Разностные схемы для ОДУ | ОПК-2 | ИДЗ № 1, ИДЗ № 2 |
| 3.2. | Разностные схемы для уравнений в частных производных | ОПК-2 | ИДЗ № 3  ИДЗ № 4,  КР |

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

*6.2.1. Зачет*

В зачетном задании четыре вопроса. Каждый из этих вопросов связан с соответствующим индивидуальным домашним заданием (ИДЗ).

Типовые вопросы зачетного задания:

1. Составить разностную схему для задачи Коши из ИДЗ № 1. Выписать рекуррентное соотношение для поиска решения разностной задачи.
2. Составить разностную схему для решения краевой задачи из ИДЗ № 2. Выписать рекуррентные соотношения для прямой и обратной прогонки.
3. Составить разностную схему для решения задачи Коши из ИДЗ № 3. Исследовать полученную схему на устойчивость, определить её порядок аппроксимации.
4. Составить неявную разностную схему для краевой задачи из ИДЗ № 4. Исследовать полученную схему на устойчивость и аппроксимацию.

Критерий оценки – правильность и полнота ответа на вопросы. Оценка выставляется по шкале от 0 до 40 баллов: вопросы зачетного задания – 30 баллов, 10 баллов – дополнительные вопросы. Зачет считается сданным при оценке не ниже 25 баллов.

*6.2.2. Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ)*

Индивидуальное домашнее задание состоит из четырёх задач по следующим темам: разностная схема для задачи Коши для ОДУ второго порядка, разностная схема для краевой задачи 1 рода, разностная схема для задачи Коши для уравнения переноса, разностная схема для краевой задачи для уравнения теплопроводности.

а) типовое индивидуальное домашнее задание:

№ 1. Найти точное решение задачи Коши. Составить для данной задачи разностную схему и найти численное решение. Сравнить точное и приближенное решения.



№ 2. Используя метод прогонки, найти приближённое решение следующей краевой задачи:





№ 3. Составить для данной задачи Коши разностную схему и найти численное решение в указанном промежутке  и . Сравнить точное и приближенное решения.



№ 4. Составить для данной краевой задачи неявную разностную схему и найти численное решение в указанном промежутке  и .



б) критерии оценивания компетенций (результатов) – правильность и полнота выполнения всех шагов решения задачи.

в) описание шкалы оценивания:

Каждое ИДЗ оценивается по шкале от 0 до 10 баллов.

Индивидуальное домашнее задание считается выполненным успешно при отсутствии задач с нулевой оценкой и при суммарной оценке не ниже 25 баллов.

*6.2.2. Контрольная работа*

а) типовой вариант контрольной работы:

1. Найти общее решение следующего разностного уравнения



1. При каких значениях параметров следующая разностная схема удовлетворяет спектральному признаку устойчивости



1. С каким порядком разностная схема из №2 аппроксимирует следующую задачу Коши



б) критерии оценивания компетенций (результатов) – правильность и полнота выполнения всех шагов решения задачи.

в) описание шкалы оценивания:

Первая задача в КР оценивается по шкале от 0 до 6, вторая и третья задачи оцениваются по шкале от 0 до 7 баллов.

Контрольная работа считается выполненным успешно при суммарной оценке не ниже 10 баллов.

*6.2.2. Лабораторные работы*

Не предусмотрены

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Форма аттестации | Наименование оценочного средства | Баллы |
| Зачет (100 баллов) | Индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) | 40 |
| Контрольная работа | 20 |
| Ответы на зачетное задание. | 40 |

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Введение в теорию. М.: Наука, 1977. – 440с. (имеется в библиотеке ИАТЭ).

2. Аристова Е.Н., Завьялова Н.А., Лобанов А.И. Практические занятия по вычислительной математике. Часть 1, Москва, МФТИ, 2014, - 243с. Учебное пособие (доступно в электронном виде).

3. Аристова Е.Н., Лобанов А.И. Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть 2, Москва, МФТИ, 2015, - 310с. Учебное пособие (доступно в электронном виде).

б) дополнительная учебная литература:

1. Шутов А.А. Задачи и упражнения по курсу «Вычислительная математика». Учебное пособие. – Обнинск: ИАТЭ, 2005. – 84с. (имеется в библиотеке кафедры).

8. Перечень ресурсов\* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

1. Ресурсы электронно-библиотечной системы издательства «Лань» // URL: [www.e.lanbook.com](http://www.e.lanbook.com) (по подписке).

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

|  |  |
| --- | --- |
| Вид учебного занятия | Организация деятельности студента |
| Лекция | Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. |
| Практические занятия | Проработка рабочей программы, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины. Работа с конспектом лекций, просмотр рекомендуемой литературы. Изучение выбранной предметной области на примерах решения задач семинарских занятий, индивидуальных домашних заданий. |
| Курсовая работа | Не предусмотрена |
| Индивидуальное домашнее задание | Ознакомиться с основной и дополнительной литературой, включая справочные издания, зарубежные источники, основополагающие термины. Попрактиковаться в решении аналогичных общих домашних задач по всем темам индивидуальных домашних заданий. |
| Лабораторная работа | Не предусмотрена. |
| Подготовка к зачету | При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций и рекомендуемую литературу. |

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Издательская система LaTeX для подготовки докладов, презентаций и учебного материала.

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Видеопроектор, компьютер, издательская система LaTeX для подготовки докладов, презентаций и учебного материала.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Часов в интерактивной форме – не предусмотрено.

12.2. **Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки**

Некоторые темы изучаются студентами самостоятельно. Для изучения используется приведённая в списке основная и дополнительная литература. Контроль освоения материала осуществляется при приёме индивидуального домашнего задания и проверке контрольной работы.

| № | Тема и часть, изучаемая (осваиваемая) самостоятельно |
| --- | --- |
| 1.3 | Фундаментальное решение разностной краевой задачи 3 рода. |
| 2.1 | Критерий хорошей обусловленности задачи с переменными коэффициентами. |
| 2.2 | Обоснование метода прогонки. |
| 3.1 | Метод неопределенных коэффициентов построения аппроксимирующих разностных схем. |
| 3.2 | Принцип замороженных коэффициентов. |
| 3.2 | Задачи с двумя пространственными переменными. |

Вопросы и задания для самоконтроля по всем темам:

1. Что такое порядок разностного уравнения?

2. Что называют фундаментальным решением разностного уравнения?

3. Как найти общее решение разностного уравнения с помощью фундаментального решения?

4. Как найти общее решение разностного уравнения, если известно его частное решение?

5. Какие разностные схемы называют сходящимися?

6. Что такое порядок точности разностной схемы?

7. Какие разностные схемы называют аппроксимирующими?

8. Что такое порядок аппроксимации разностной схемы?

9. Какие разностные схемы называют устойчивыми?

10. Как связана сходимость с аппроксимацией и устойчивостью?

11. Какие разностные схемы называют явными?

12. Какие разностные схемы называют неявными?

13. Для каких разностных схем применяется метод прогонки?

14. Что такое хорошая обусловленность?

15. Что такое условия трансверсальности?

12.3. Краткий терминологический словарь

|  |  |
| --- | --- |
| Определение сходимости | Говорят, что решение  разностной задачи при измельчении сетки сходится к решению  дифференциальной задачи, если |
| Определение порядка точности | Если выполнено неравенство    где  и  - некоторые постоянные, не зависящие от , то говорят, что имеет место сходимость порядка  или что разностная схема имеет - й порядок точности. |
| Понятие невязки | . |
| Величина невязки |  |
| Аппроксимация | Говорят, что разностная схема аппроксимирует дифференциальную задачу на решении , если  при . |
| Порядок аппроксимации | Если выполнено неравенство    где  и  - некоторые постоянные, то будем говорить, что имеет место аппроксимация порядка  или порядка  относительно величины . |
| Определение устойчивости | Разностная схема называется устойчивой, если  существует единственное решение  разностной задачи, причём    где  - некоторая постоянная, не зависящая от . |
|  |  |
|  |  |